



Aalborg Universitet

AALBORG UNIVERSITY  
DENMARK

## Notat vedr. trykspændinger i armeringskrumninger

Heshe, Gert

*Publication date:*  
2000

*Document Version*  
Tidlig version også kaldet pre-print

[Link to publication from Aalborg University](#)

*Citation for published version (APA):*  
Heshe, G. (2000). *Notat vedr. trykspændinger i armeringskrumninger*. Institut for Bygningsteknik, Aalborg Universitet. U/ Bind U2002

### General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal -

### Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at [vbn@aub.aau.dk](mailto:vbn@aub.aau.dk) providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

---

# INSTITUTTET FOR BYGNINGSTEKNIK

DEPT. OF BUILDING TECHNOLOGY AND STRUCTURAL ENGINEERING  
AALBORG UNIVERSITET • AAU • AALBORG • DANMARK

---

---

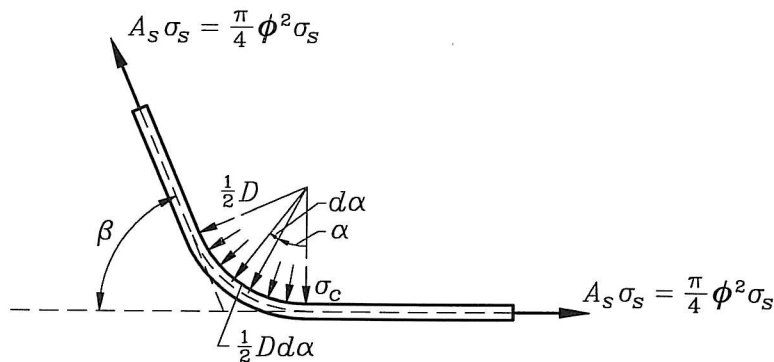
G. HESHE

NOTAT VEDR. TRYKSPÆNDINGER I ARMERINGSKRUMNINGER  
MARTS 2000

ISSN 1395-8232 U2002

---

## 1. Beregning af indvendigt tryk i armeringskrumninger



Figur 1. Tryk mellem beton og armeringsstang i en armeringskrumning.

Det antages, at der, når der forekommer træk i armeringsstangen, optræder et konstant tryk  $\sigma_c$  mellem betonen og armeringsstangen i stangens krumning. Det resulterende tryk på buelængden  $\frac{1}{2} D \cdot d\alpha$  bliver da  $\frac{1}{2} \cdot \sigma_c \cdot D \cdot \phi \cdot d\alpha$ .

Desuden antages, at trækkræfterne i armeringsstangen er  $A_s \sigma_s$  på begge sider af krumningen.

Da resultanten af betonens tryk på armeringsstangen i krumningen skal være i ligevægt med trækkræfterne i armeringsstangen fås ved lodret projektion.

$$\frac{\pi}{4} \cdot \phi^2 \cdot \sigma_s \cdot \sin \beta - \int_0^\beta \frac{1}{2} \sigma_c \cdot D \cdot \phi \cdot \cos \alpha d\alpha = 0 \quad (1)$$

hvor  $\sigma_s$  er spændingen i armeringsstangen

$\sigma_c$  er trykspændingen mellem beton og armeringsstang

$\phi$  er armeringsstangens diameter

$D$  er armeringskrumningens indvendige diameter

$\beta$  er den vinkel stangen drejes i krumningen

$A_s = \frac{\pi}{4} \phi^2$  er armeringsstangens tværsnitsareal

$\alpha$  er en vinkelparameter

(1) kan skrives som

$$\frac{\pi}{4} \phi^2 \cdot \sigma_s \cdot \sin \beta - \frac{1}{2} \sigma_c \cdot D \cdot \phi [\sin \alpha]_0^\beta = 0$$

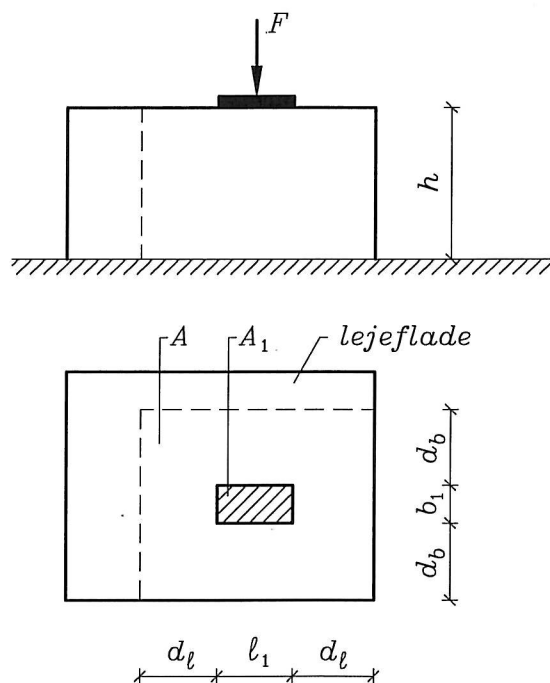
Heraf kan  $\sigma_c$  bestemmes som

$$\sigma_c = 1,57 \cdot \frac{\phi \cdot \sigma_s}{D} \quad (2)$$

som er identisk med (4.6-17 side 4.6-13) i lærebogen Betonkonstruktioner af RC, GH, PKJ og AaPJ.<sup>/1/</sup>

$\sigma_c$  er altså uafhængig af vinklen  $\beta$ .

Til vurdering af bæreevnen for armeringskrumninger f.eks. i forbindelse med hårnålbøjler eller 90°-bukninger ved understøtninger benyttes afsnit 6.2.4 Koncentreret last i DS 411:



Figur 2. Koncentreret last (som figur V 6.2.4.1 i DS 411).

Trykstyrken for det belastede areal  $A_1$ , må højst sættes til  $c_2 \cdot f_{cd}$ , dvs. spændingen over arealet  $A_1$ , skal opfylde kravet

$$\sigma_c \leq c_2 \cdot f_{cd} \quad (3)$$

$$\text{hvor } c_2 = \sqrt{0,5 A/A_1} \quad (4)$$

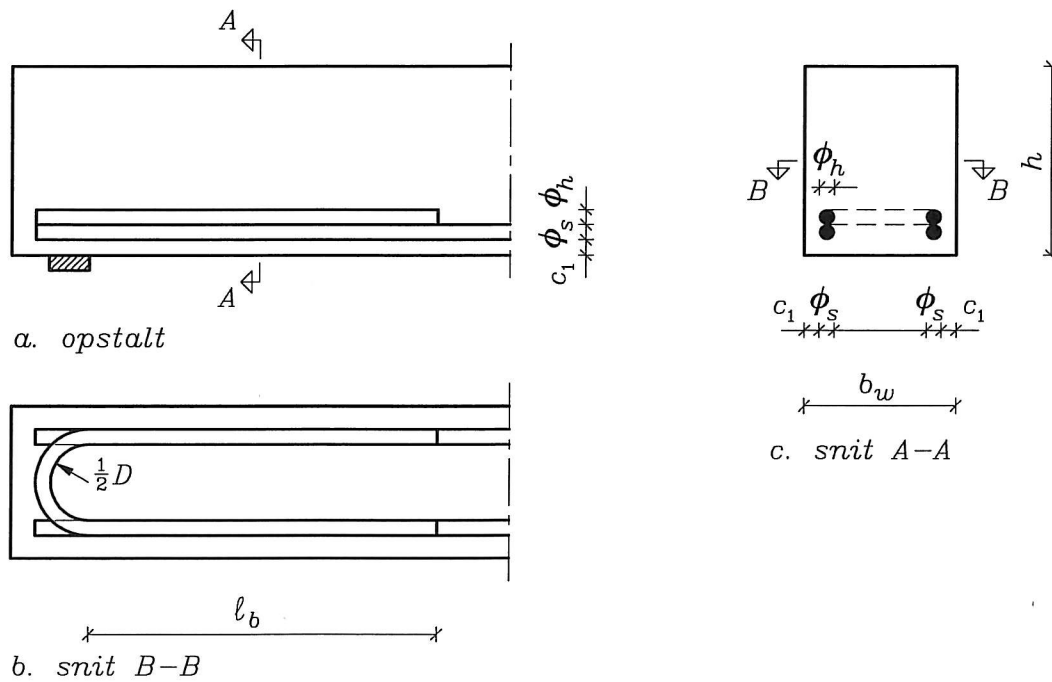
$c_2$  kan dog altid sættes til mindst 1,0.

$d_b$  og  $d_l$  kan vælges frit, således at  $A$  bliver størst muligt, men ved bestemmelsen af  $c_2$  skal  $d_b$  og  $d_l$  opfylde betingelsen

$$d_b + d_l \leq 4b_1 \quad (5)$$

<sup>/1/</sup> Betonkonstruktioner: materialer, sikkerhedsbestemmelser, beregninger i brud og anvendelsesgrænsetilstanden af Réne Christensen, Gert Heshe, Poul Kring Jacobsen og Aage Peter Jensen.

## 1.1 Hårnålbøjle ved understøtning



Figur 3. Hårnålbøjle placeret oven på de armeringsstænger, der skal forankres.

### 1.1.1 Hårnålbøjle placeret over længdearmering (se figur 3)

Ved bestemmelse af  $A$  og  $A_1$  i (4) benyttes flg. værdier for  $b_1$ ,  $l_1$ ,  $d_b$  og  $d_l$  (se figur 2 og 3):

$$b_1 = \phi_h, \quad l_1 = D, \quad d_b \leq \phi_s + c_1 \quad \text{og} \quad d_l \leq \phi_h + c_1$$

hvor  $\phi_h$  og  $\phi_s$  er henholdsvis hårnålbøjles og længdearmeringens diameter

$D$  er hårnålbøjles indvendige krumningsdiameter

$c_1$  er dæklaget på længdearmeringen

$$A_1 = d \cdot \phi_h \tag{6}$$

I praksis vil følgende forhold ofte gøre sig gældende

$$\phi_h = \phi_s \quad \text{og} \quad c_1 = 1,5 \cdot \phi_s \tag{7}$$

Man får da

$$d_b \leq \phi_s + 1,5\phi_s = 2,5\phi_s \quad d_l \leq \phi_s + 1,5\phi_s = 2,5\phi_s \tag{8}$$

Benyttes lighedstegnene i (8) fås

$$d_b + d_l = 5\phi_s > 4b_1 = 4\phi_s$$

Da det giver størst værdi for  $A$ , at vælge  $d_b$  størst mulig, benyttes flg. størrelser ved bestemmelse af  $A$

$$d_b = 2,5\phi_s \quad \text{og} \quad d_l = 1,5\phi_s \quad \text{som medfører} \quad d_b + d_l = 4\phi_s \quad \text{og}$$

$$A = (b_1 + 2d_b)(l_1 + 2d_l) = (\phi_s + 2 \cdot 2,5 \cdot \phi_s)(D + 2 \cdot 1,5\phi_s) = 6\phi_s(D + 3\phi_s) \quad (9)$$

$$A_1 = D\phi_s \quad (10)$$

$$c_2 = \sqrt{0,5 \cdot \frac{6\phi_s(D + 3\phi_s)}{D\phi_s}} = \sqrt{3 \left(1 + 3\frac{\phi_s}{D}\right)} \quad (11)$$

Ifølge (2), (3) og (4) fås

$$\sigma_c = 1,57 \frac{\phi_s \cdot \sigma_s}{D} < \sqrt{3 \left(1 + 3\frac{\phi_s}{D}\right)} \cdot f_{cd} \quad (12)$$

$$\sigma_s \leq 1,1 \cdot \sqrt{\frac{D}{\phi_s} \left(\frac{D}{\phi_s} + 3\right)} \cdot f_{cd} \quad (13)$$

For hårnålbøjleens mindste tilladelige krumningsdiameter

$$\text{dvs.} \quad D = 1,5 \cdot 2\phi_h = 3\phi_h \quad \text{for} \quad \phi_h \leq 12 \text{ mm} \quad (14)$$

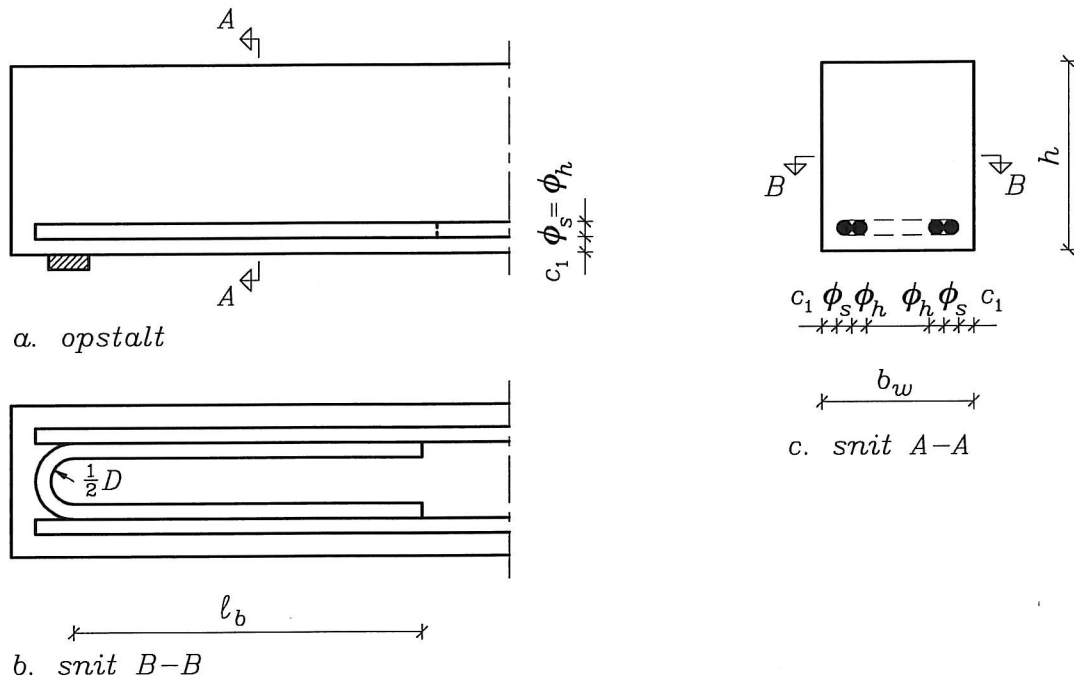
$$D = 1,5 \cdot 4\phi_h = 6\phi_h \quad \text{for} \quad \phi_h > 12 \text{ mm} \quad (15)$$

fås af (13)

$$\sigma_s \leq 1,1 \cdot \sqrt{3(3 + 3)} \cdot f_{cd} = 4,7f_{cd} \quad \text{for} \quad \phi_h \leq 12 \text{ mm} \quad (16)$$

$$\sigma_s \leq 1,1 \cdot \sqrt{6(6 + 3)} \cdot f_{cd} = 8,1f_{cd} \quad \text{for} \quad \phi_h > 12 \text{ mm} \quad (17)$$

### 1.1.2 Hårnålbøjlen placeret indenfor og i niveau med længdearmring



Figur 4

Ved denne placering af hårnålbøjlen fås

$$b_1 = \phi_h, \quad l_1 = D, \quad d_b \leq c_1 \quad \text{og} \quad d_l \leq \phi_h + \phi_s + c_1 \quad (18)$$

Med  $\phi_h = \phi_s$  og  $c_1 = 1,5 \cdot \phi_s$  fås ved brug af lighedstegn i (18)

$$d_b = 1,5\phi_s \quad \text{og} \quad d_l = \phi_s + \phi_s + 1,5\phi_s = 3,5\phi_s$$

$$d_b + d_l = 1,5\phi_s + 3,5\phi_s = 5\phi_s > 4b_1 = 4\phi_s$$

Ved beregning af  $A$  vælges  $d_b = 1,5\phi_s$  og  $d_l = 2,5\phi_s$  som medfører  $d_b + d_l = 4b$  og giver

$$A = (b_1 + 2d_b)(l_1 + 2d_l) = (\phi_s + 2 \cdot 1,5\phi_s)(D + 2 \cdot 2,5\phi_s) = 4\phi_s(D + 5\phi_s) \quad (19)$$

$$A_1 = \phi_h \cdot D = \phi_s \cdot D \quad (20)$$

$$c_2 = \sqrt{0,5 \frac{4\phi_s(D + 5\phi_s)}{D \cdot \phi_s}} = 1,41 \cdot \sqrt{1 + 5 \frac{\phi_s}{D}} \quad (21)$$

Ifølge (2), (3) og (4) fås

$$\sigma_c = 1,57 \frac{\phi_s \cdot \sigma_s}{D} < 1,41 \cdot \sqrt{1 + 5 \frac{\phi_s}{D}} \cdot f_{cd} \quad (22)$$

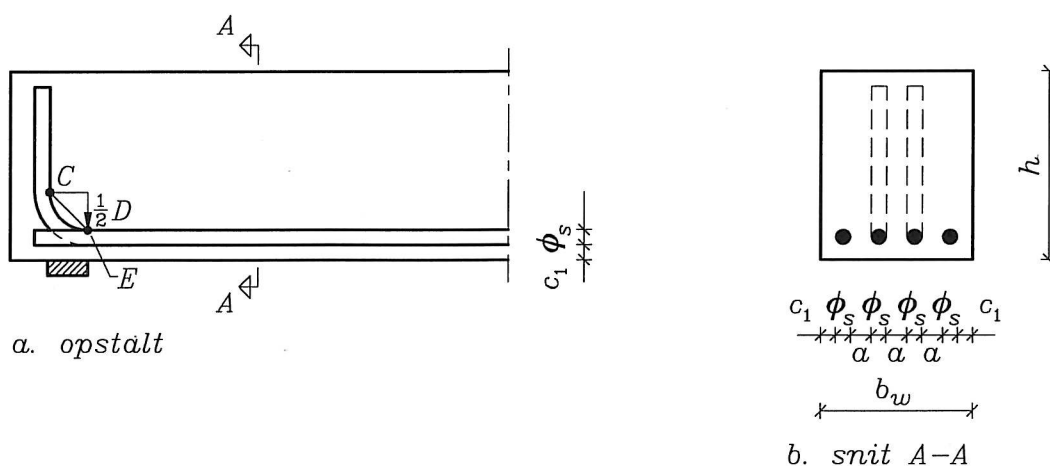
$$\sigma_s \leq 0,9 \cdot \sqrt{\frac{D}{\phi_s} \left( \frac{D}{\phi_s} + 5 \right)} \cdot f_{cd} \quad (23)$$

For hårnålbøjlels mindste tilladelige krumningsdiameter  $D$ , se (14) og (15), fås af (23)

$$\sigma_s \leq 0,9 \cdot \sqrt{3(3+5)} \cdot f_{cd} = 4,4 \cdot f_{cd} \quad \text{for } \phi_h \leq 12 \text{ mm} \quad (24)$$

$$\sigma_s \leq 0,9 \cdot \sqrt{6(6+5)} \cdot f_{cd} = 7,3 \cdot f_{cd} \quad \text{for } \phi_h > 12 \text{ mm} \quad (25)$$

## 1.2 Armering forankret ved opbukning over understøtningen



Figur 5. Armering forankret ved opbukning. Opstalt og tværsnit. Hårnålbøjle er ikke vist.

Forankringen af 4 stk. længdearmeringsjern, der er vist ført ind over understøtningen, tænkes foretaget ved at

- 2 stk. føres til bjælkeenden og forankres ved brug af en hårnålbøjle. Denne hårnålbøjle er ikke vist i fig. 5.
- 2 stk. forankres ved opbukning således, at der derved opnås tilstrækkelig forankringslængde.

Spændingerne i krumningen mellem punkterne  $C$  og  $E$ , se fig. 5, undersøges nedenfor.

På den sikre side antages det, at armeringsspændingen er  $\sigma_s$  både i pkt.  $E$  og pkt.  $C$ . I virkeligheden vil armeringsspændingen i pkt.  $C$  være en del mindre end i punkt  $E$ .

Benyttes også her afsnit 6.2.4 i DS 411 er  $b_1 = \phi_s$  og  $l_1 = CE = 2 \cdot \frac{1}{2} D \cdot \sin 45^\circ = 0,71D$ .

I det viste eksempel er

$$d_b \leq \frac{1}{2}a \quad \text{og} \quad d_l \leq \frac{\phi_s + c_1}{\cos 45} = 1,41(\phi_s + c_1) \quad (26)$$



I praksis vil man ofte have flg. forhold

$$c_1 > 1,5\phi_s \quad \text{og} \quad a \geq \begin{cases} 2\phi_s \\ d_{\max} + 10 \text{ mm} \end{cases} \quad (27)$$

hvor  $d_{\max}$  er største stenstørrelse.

$$\text{I det flg. sættes} \quad c_1 = 1,5\phi_s \quad \text{og} \quad a = 2\phi_s \quad (28)$$

Indsættes dette i (26) fås

$$d_b = \phi_s \quad \text{og} \quad d_l = 1,41(\phi_s + 1,5\phi_s) = 3,5\phi_s \quad \text{og}$$

$$d_b + d_l = \phi_s + 3,5\phi_s = 4,5\phi_s > 4b_1 = 4\phi_s$$

Vælges  $d_b = \phi_s$  og  $d_l = 3\phi_s$  og dermed  $d_b + d_l = 4\phi_s = 4b_1$  kan  $A$ ,  $A_1$  og  $c_2$  beregnes af

$$A = (b_1 + 2d_b)(l_1 + 2d_l) = (\phi_s + 2\phi_s)(0,71D + 2 \cdot 3\phi_s) \quad (29)$$

$$A = 3\phi_s(0,71D + 6\phi_s) \quad (30)$$

$$A_1 = b_1 \cdot l_1 = \phi_s \cdot 0,71D \quad (31)$$

$$c_2 = \sqrt{0,5 \frac{3\phi_s(0,71D + 6\phi_s)}{\phi_s \cdot 0,71D}} = 1,23 \sqrt{1 + 8,45 \cdot \frac{\phi_s}{D}} \quad (32)$$

Ifølge (2), (3) og (4) skal

$$\sigma_c = 1,57 \frac{\phi_s \cdot \sigma_s}{D} \leq 1,23 \sqrt{1 + 8,45 \frac{\phi_s}{D}} \cdot f_{cd} \quad (33)$$

$$\sigma_s \leq 0,78 \cdot \sqrt{\frac{D}{\phi_s} \left( \frac{D}{\phi_s} + 8,45 \right)} \cdot f_{cd} \quad (34)$$

For hårnålbøjle's mindste tilladelige krumningsdiameter  $D$ , se (14) og (15) fås af (34)

$$\sigma_s \leq 0,78 \cdot \sqrt{3(3 + 8,45)} \cdot f_{cd} = 4,6 \cdot f_{cd} \quad \text{for} \quad \phi_s \leq 12 \text{ mm} \quad (35)$$

$$\sigma_s \leq 0,78 \cdot \sqrt{6(6 + 8,45)} \cdot f_{cd} = 7,3 \cdot f_{cd} \quad \text{for} \quad \phi_s > 12 \text{ mm} \quad (36)$$

Vælges i stedet at opbukke de 2 yderste længdearmeringsstænger er  $d_b = c_1$ . Opbukkes alle 4 armeringsstænger vælges  $d_b$  som den mindst af  $c_1$  og  $0,5a$ .